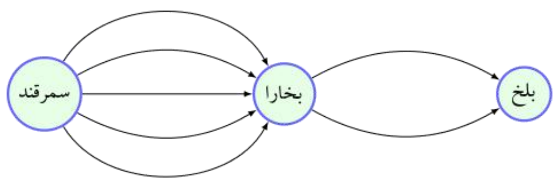
مجموعه نکات طلایی ریاضی

بخش عدد نویسی :

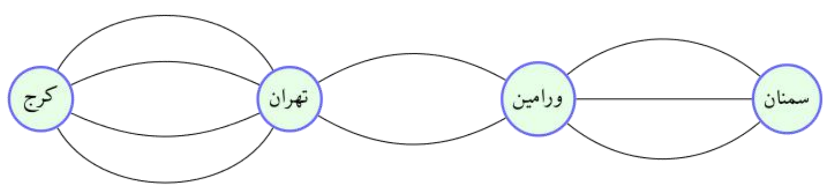
اصل ضرب : در صورتی که برای انجام کار ۱ چند حالت و خود این حالت ها به حالت های دیگر امکان داشته باشد با ضرب این اعداد کل حالت ها را می توان بدست آورد

مثلا: به چند روش میتوان از سمرقند به بلخ رفت ؟

ابتدا باید از بخارا به سمرقند برویم که ۵ حالت دارد. به ازای هر حالت از انجام این کار، ۲ حالت برای رفتن از سمرقند به بخارا داریم. پس طبق اصل ضرب، پاسخ برابر ×۲=۱۰ است .



مثالی دیگر : به چند طریق می‌توان با استفاده از این جاده‌ها، از کرج به سمنان رفت و به کرج برگشت؛ طوری که از هیچ جاده‌ای دو بار عبور نکنیم؟



پاسخ : ابتدا به ۴ حالت از کرج به تهران می‌رویم. سپس با ۲ حالت از تهران به ورامین و با ۳ حالت از ورامین به سمنان می‌رویم. در راه بازگشت، از ۳ جاده‌ی بین سمنان و ورامین، از یکی حق نداریم استفاده کنیم. پس ۲ حالت دارد. به همین ترتیب بازگشت از ورامین به تهران، ۱ حالت و بازگشت از تهران به کرج، ۳ حالت دارد. پس طبق اصل ضرب پاسخ برابر ۴×۲×۳×۲×۱×۳=۱۴۴

مجموعه نکات طلایی ریاضی

چند سئوال دیگر از اصل ضرب (حتما ابتدا خود حل کنید سپس پاسخ ها را بررسی نمایید .

مثال های مهم

۱. چند ۴ رقمی داریم؟
۲. چند عدد ۴ رقمی زوج داریم؟
۳. چند عدد ۴ رقمی داریم که رقم تکراری نداشته باشد؟
٤. چند عدد ۴ رقمی فرد داریم که رقم تکراری نداشته باشد؟

سئوال ۱

۹	۱۰	۱۰	۱۰	
هزارگان	صدگان	دهگان	یکان	= ۹۰۰۰

$۹ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۹۰۰۰$

سئوال ۲

۹	۱۰	۱۰	۵	
هزارگان	صدگان	دهگان	یکان	= ۴۵۰۰

$۹ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۵ = ۴۵۰۰$

سئوال ۳

۹	۹	۸	۷
هزارگان	صدگان	دهگان	یکان

$۹ \times ۹ \times ۸ \times ۷$

سئوال ۴

۸	۸	۷	۵
هزارگان	صدگان	دهگان	یکان

$۸ \times ۸ \times ۷ \times ۵$

مثال های مهم

به چند طریق می‌توان جدول نیمه‌پر روبه‌رو را با عددهای ۱ تا ۴ طوری پر کرد که در هیچ سطر و ستونی عدد تکراری نداشته باشیم؟

۱	۲		
	۱	۲	
		۱	

اگر خانه‌ی ❊ از جدول شماره ۱ را با ۳ پر کنیم آن‌گاه جدول به شکل جدول شماره ۲ و اگر آن خانه را با ۴ پر کنیم آن‌گاه آن جدول به شکل شماره ۳ پر خواهد شد.پس به ۲ صورت این کار انجام پذیر است

۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳
۳	۴	۱	۲
۲	۳	۴	۱

شماره ۳

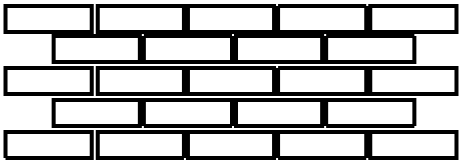
۱	۲	۴	۳
۳	۱	۲	۴
۴	۳	۱	۲
۲	۴	۳	۱

شماره ۲

۱	۲		
❊	۱	۲	
		۱	

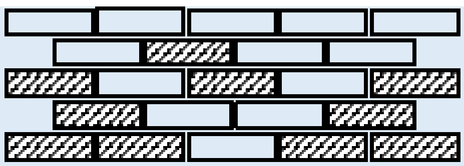
شماره ۱

مجموعه نکات طلایی ریاضی

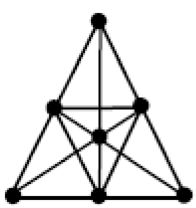


مثال های مهم

یک آجر در صورتی می‌افتد که هیچ آجر یا نیمه‌آجری در زیر آن نباشد.
در شکل روبه‌رو حداکثر چند آجر می‌توان برداشت به صورتی که آجرهای بالایی پایدار بمانند .بدیهی است حق برداشتن آجرهای بالایی را نداریم



آجرهای برداشته شده در شکل مقابل هاشور خورده است.
هر آجر حداکثر دو آجر از ردیف بالایی خود را محافظت می‌کند، چون از دریف بالا حق حذف هیچ آجری را نداریم پس در ردیف دوم از بالا حداقل سه آجر برای محافظت از پنج آجر بالایی می‌ماند.برای محافظت از سه آجر، در ردیف سوم از بالا حداقل دو آجر باقی می‌ماند و چون این دو آجر پیش هم نیستند در ردیف پایینی آن یعنی ردیف چهارم حداقل دو آجر باقی بماند. در ردیف آخر نیز باقی ماندن حداقل یک آجر الزامی است. پس تعداد کل آجرهای باقی‌مانده حداقل ۱+۲+۲+۳+۵یعنی ۱۳ بوده و در نتیجه تعداد آجرهای حذف شده حداکثر ۱۰ می‌تواند باشد.



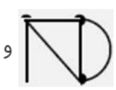
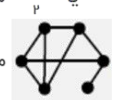
مثال های مهم

در شکل روبه‌رو چند مثلث وجود دارد که هر سه راس آن نقاط پر رنگ است؟

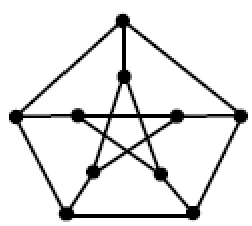
مجموعه نکات طلایی ریاضی

به ازای انتخاب هر سه نقطه یک مثلث پدید می‌آید مگر آن‌که آن سه نقطه در یک امتداد باشند. در شکل داده شده شش دسته‌ی سه تایی در یک امتداد مشاهده می‌شود، بنابراین تعداد مثلث‌های مطلوب برابر $\binom{۷}{۳}-۶$ یعنی ۲۹ می‌باشد.

از هر یک از شهرهای یک استان به جز یکی که فقط یک جاده دارد، دقیقاً سه جاده خارج شده است. تعداد شهرهای این استان کدام‌یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟

تعداد شهرهای استان را n در نظر می‌گیریم، بنابراین تعداد جاده‌ها برابر $\frac{(n-۱)\times۳+۱}{۲}$ یا $\frac{۳n-۲}{۲}$ می‌باشد. شرط لازم برای آن‌که عدد به‌دست آمده صحیح باشد آن است که n زوج باشد. به ازای $n=۴$ به شکل  و به ازای $n=۶$ به شکل  می‌رسیم.

برای این که سوال فقط یک گزینه‌ی صحیح داشته باشد حدس بر این است که منظور طراح آن بوده است که بین هیچ دو شهری دو جاده‌ی متمایز وجود ندارد یعنی $n=۴$ نمی‌تواند درست باشد.



شکل مقابل حداقل با چند بار برداشتن قلم از روی کاغذ قابل رسم است؟

تعداد پاره‌خط متصل به هر نقطه را درجه‌ی آن نقطه می‌نامیم. به ازای هر دو نقطه با درجه‌ی فرد یک بار قلم از روی کاغذ برداشته می‌شود، چون تعداداین نقاط ۱۰ می‌باشد پس حداقل چهار قلم از روی کاغذ برداشته می‌شود(برداشت آخر از روی کاغذ نباید شمرده شود).

مجموعه نکات طلایی ریاضی

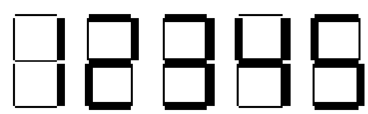
می‌خواهیم در عبارت زیر سه تا از ۶ علامت ضرب را به جمع تبدیل کنیم، به طوری که مقدار A مینیمم شود .

A=۵×۶×۴×۳×۲×۷×۸

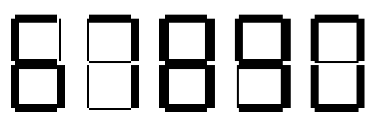
حداقل مقدار A چه قدر خواهد بود؟

به نظر می‌رسد که باید علامت‌ها را یک در میان به جمع تبدیل کرد زیرا در غیر این صورت حداقل دو علامت ضرب پشت سر هم قرار گرفته و عدد به سمت مینیمم شدن سوق پیدا نمی‌کند. بنابراین مینیمم مقدار AAبرابر ۵×۶+۴×۳+۲×۷+۸یعنی ۶۴ خواهد شد.

یک دستگاه نمایش اعداد از ۷ پاره‌خط تشکیل شده که با روشن‌کردن چراغ‌های مشخص شده در شکل زیر ارقام ۰ تا ۹ را نشان می‌دهد.



برای نمایش اعداد ۰ تا ۵۹ از یک نمایش‌دهنده‌ی دو رقمی استفاده می‌کنیم. متاسفانه چراغ بعضی از پاره‌خطها سوخته است. حال اگر دستگاه، شکل زیر را نمایش دهد عدد واقعی چند حالت متفاوت دارد؟



رقم یکان یکی از چهار حالت ۸،۴،۰،۳ یا ۹ و رقم دهگان یکی از دو حالت ۳ یا ۵ را می‌تواند داشته باشد، بنابراین طبق اصل ضرب جواب مورد نظر برابر ۸ می‌باشد.

مجموعه نکات طلایی ریاضی

مثال های مهم

وسط‌های اضـلاع یـک مثلـث متساوی‌الاضـلاع را بـه هـم وصـل مـی‌کنیم تـا مثلـث متساوی‌الاضـلاع دیگـری در وسـط آن ایجاد شـود. در وسـط ایـن مثلـث نیـز بـه همـان ترتیـب مثلـث متساوی‌الاضـلاع دیگـری ایجـاد مـی‌کنیم وایـن کـار را nبـار انجـام می‌دهیم. می‌دانیم که در شکل حاصل مجموعا ۴۵ مثلث می‌توان شمرد n .برابر است با:

تعداد مثلث‌ها برابر $\underbrace{۴ + \ldots + ۴ + ۴ + ۴}_{n\text{تا}} + ۱$ می باشد بنابراین:

$$۱ + ۴n = ۴۵ \quad \Rightarrow \quad n = ۱۱$$

ریز نکته

*.در ضرب عدد ۱ بی تاثیر است و میتوان به تعدا دلخواه اضافه کرد تا به جمع مورد نظر رسید

مثال های مهم

مثلا میخواهیم عددی بنویسیم با ضرب ۱۰ و جمع ۸ بنویسیم :

$$۲\times۵ \rightarrow ۲+۵\neq۱۰ \rightarrow ۲\times۵\times۱\times۱\times۱ \rightarrow ۲+۵+۱+۱+۱=۱۰$$

پ س عدد مورد ن ظر ما ب اي د رقم هاي ب االا را

دا شـ ته بـ ا شد

نکته درسی ویژه دوران جمع بندی

***. تفکر نظام دار :**

دقت نمایید در صورتی که از تفکر نظام دار برای پیدا کردن تعدادی اعداد استفاده کنید اولا الگویی می توانید بیابید و هم اینکه خواهید توانست بدون هیچ نگرانی جواب قطعی خود را دهید .

مثال های مهم

چند مکعب مستطیل با ابعاد صحیح کم تر از ۵ داریم که از یک حفره ۳×۳ عبور کند .

مجموعه نکات طلایی ریاضی

باید
دقت
شود
که با توجه به ساز حفره دو ضلع از این مکعب مستطیل ها از ۳ باید کوچکتر و سومی هم با توجه به روی سئوال باید کم تر از ۵ باشد به روش تفکر نظام دار من توجه نمایید

۲×۲×۲	۱×۲×۲	۱×۱×۱
۲×۲×۳	۱×۲×۳	۱×۱×۲
۲×۲×۴	۱×۲×۴	۱×۱×۳
		۱×۱×۴

با توجه به تفکر بالا می بینیم که ۱۰ حالت مختلف خواهیم داشت.

نکته درسی ویژه دوران جمع بندی

بخش پذیری :

۱.همه ی اعداد بر یک بخش پذیر هستند.

۲.عددی بر ۲ بخش پذیر است که رقم یکانش بر ۲ بخش پذیر باشد.

۳.عددی بر ۳ بخش پذیر است که مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر باشد.

۴.عددی بر ۴ بخش پذیر است که رقم یکان به اضافه ی ۲ برابر رقم دهگان آن بر ۴ بخش پذیر باشد.
عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد

۵.عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکانش بر ۵ بخش پذیر باشد.

۶.عددی بر ۶ بخش پذیر است که بر۲ و۳ بخش پذیر باشد.

۷.عددی بر ۷ بخش پذیر است که اگر ۲ برابر رقم یکان آن را از عددی که از حذف یکان به دست آمده کم کنیم، حاصل بر۷ بخش پذیر باشد.

۸.عددی بر ۸ بخش پذیر است که رقم یکان به اضافه ۲ برابررقم دهگان به اضافه ی ۴ برابر رقم صدگان آن بر ۸ بخش پذیر باشد.

مجموعه نکات طلایی ریاضی

عددی بر ۸ بخش پذیر است که

سه رقم سمت راست آن بر ۸ بخش پذیر باشد

۹.عددی بر ۹ بخش پذیراست که مجموع ارقامش بر۹ بخش پذیر باشد.

۱۰.عددی بر ۱۰ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر باشد.

۱۱.عددی بر ۱۱ بخش پذیر است که اگر ارقام آن را یک در میان به دو دسته تقسیم کنیم و مجموع ارقام هر دسته را به دست آوریم و سپس دو عدد به دست آمده را از هم کم کنیم عدد حاصل بر ۱۱ بخش پذیر باشد.

۱۲.عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد.

۱۳.عددی بر ۱۳ بخش پذیر است که اگر ۴ برابر رقم یکان آن را با عددی که از حذف یکان به دست آمده جمع کنیم، حاصل بر ۱۳ بخش پذیر باشد.

۱۴.عددی بر ۱۴ بخش پذیر است که بر ۲ و ۷ بخش پذیر باشد.

۱۵.عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد.

۱۶.عددی بر ۱۶ بخش پذیر است که چهار رقم سمت راست آن بر ۱۶ بخش پذیر باشد.

۱۷.عددی بر ۱۷ بخش پذیر است که اگر ۵ برابر رقم یکان را از عددی که از حذف یکان به دست آمده کم کنیم، عدد بر ۱۷ بخش پذیر باشد.

مثال: عدد ۲۲۱ بر ۱۷ بخش پذیر است زیرا۱۷=(۵x۱)-۲۲ :

۱۸.عددی بر ۱۸ بخش پذیر است که بر ۲ و ۹ بخش پذیر باشد.

۱۹.عددی بر ۱۹ بخش پذیر است که اگر ۲ برابر رقم یکان آن را با عددی که از حذف یکان به دست آمده جمع کنیم، حاصل بر ۱۹ بخش پذیرباشد.

مثال: عدد ۴۳۷ بر ۱۹ بخش پذیر است زیرا ۵۷ بر ۱۹ بخش پذیر است ۵۷=(۲x۷)+۴۳

۲۰. عددی بر ۲۰ بخش پذیر است که دو رقم آخر بر ۱۰ بخش پذیر باشد و رقم دهگان زوج باشد.

عددی که دو رقم آخر آن بر ۲۰ بخشپذیر باشد

ریزنکته

⁂. دقت نمایید اگر دو عدد که باقی مانده های مختلف بر عددی داشته باشند به طوری که جمع کنیم دسته ای جدید به دست آید جمع این دو عدد بر آن عدد بخشپذیر خواهد بود.